CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a XII-a

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializările

filiera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale şi protecţia mediului

SUBIECTUL 1

Pe R se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y + xy$, oricare ar fi numere reale x, y.

a) Demonstrați că $(R, *)$ este monoid comutativ, dar nu este grup.

b) Determinați a real, cu proprietatea $a * x = x * a = a, \forall x \in R$.

c) Calculați $(-2015)*(-2014)*.......*2014*2015$

SUBIECTUL 2

Se consideră grupul abelian $(G, \cdot)$, unde $G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} a^x & 0 & 0 \\ 0 & b^x & 0 \\ 0 & 0 & c^x \end{pmatrix} \middle| x \in R \right\}$

a) Verificați că $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$

b) Arătați că grupul mulțimii numerelor reale cu adunarea este izomorf cu $(G, \cdot)$

c) Calculați $A^n(x)$

SUBIECTUL 3

a) Arătați că $\frac{x+1}{x^2-4} = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{x-2} + \frac{1}{x+2}\right)$ oricare ar fi x real.

b) Calculați $\int_3^4 \frac{x^2+x-3}{x^2-4} dx$

SUBIECTUL 4

Fie funcția $f : R \to R,\ f(x) = \begin{cases} e^x, x \le 0 \\ 4x^3 + 1, x > 0 \end{cases}$

a) Să se arate că funcția admite primitive pe mulțimea numerelor reale

b) Să se calculeze primitiva F a funcției f care satisface condiția $F(2) = 5$

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu